Исследовательские вычислительные задачи, предлагавшиеся в 2011 г.

Практически все приводимые ниже задачи являются упрощенными постановками реальных прикладных задач, с которыми к нам (нашим коллегам) обращались в последнее время различные заказчики (мы намеренно не называем их, приводя лишь фамилии людей, частично формализовавших задачи и исследовавших их). Дабы “не закопаться в деталях”, мы намеренно упростили постановки, опуская детали или добавляя задачам излишнюю симметрию. Ряд задач специально сформулирован весьма общо (например, не указано, какой моделью транспортного потока нужно пользоваться при решении) – как правило, это связано с тем, что существует несколько (иногда даже много) подходов к решению и не хочется выделять какой-то один из них.

Задача (об оптимальном числе поездов в кольцевом метро; Е. О. Черноусова). В некотором городе все $n=15$ станций метро расположены на кольцевом маршруте. Непрекращающееся движение поездов осуществляется в оба направления. Время, затрачиваемое поездом на преодоление расстояния между любыми двумя соседними станциями фиксировано и равно $T=5$ мин. Время, требуемое на остановку, не учитывается (пренебрежимо мало по сравнению с T). Всего на кольцевом маршруте курсируют по m поездов в каждом направлении с интервалом движения равным Δt. Потоки пассажиров, приходящих на каждую из станций метро, описываются независимыми пуассоновскими процессами с фиксированной (одинаковой) интенсивностью $\lambda=50$ чел/мин (для простоты считаем интенсивность постоянной во времени в течение всего рабочего дня (12 часов) и из-за дня в день). В связи со свойствами пуассоновского процесса (теорема Григелиониса), такое описание вполне естественно, и часто используется в теории массового обслуживания. Предполагается, что конечная станция “выбирается” каждым пассажиром случайно и равномерно среди $(n-1)$ станций (направление движения выбирается по принципу кратчайшего пути, если по обоим направлениям время в пути одинаково, то направление выбирается случайно). Вместимость поездов одинакова и равна $K=600$ чел. Требуется определить “оптимальное” число поездов: $\omega h(m)+\psi 2m \to \min\limits_{m\in\mathbb{N}}$, где $\omega=3$ руб/мин – цена одной минуты, потерянной в дороге одним пассажиром, $h(m)$ – математическое ожидание суммарного времени (в мин) по всем пассажирам, потерянного в течение одного месяца (30 дней, т.е. 21600 минут) на ожидание поезда, $\psi=5\cdot10^5$ руб – затраты в месяц на содержание одного поезда.

Литература

1. *Серебровский А. П.* Курс лекций по математическим методам в теории массового обслуживания. М.: МФТИ, 2010. http://frtk.ru/forstudents/study/studyMaterials/4kurs/TMO2010-arpggwlikuv.pdf

Задача (об оптимальном распределении автобусов по маршрутам; М. С. Ишманов). В некотором городе с заданным (взвешенным) графом транспортной сети $G=\left(V,E,\{t_e\}_{e\in E}\right)$ (вершины V отвечают остановкам, t_e – время прохождения ребра e) имеются различные маршруты движения автобусов P (считаем, что автобусы на каждом маршруте циркулируют туда и обратно по этому маршруту). Потоки пассажиров, приходящих на каждую из остановок, описываются независимыми пуассоновскими процессами с фиксированными интенсивностями λ_i $i\in V$. Считайте, что пассажиры садятся на первый подходящий автобус, не дожидаясь следующего (с другого маршрута), который может быть чуть быстрее доставить их в пункт назначения. Пусть π_{ij} – доля пассажиров, направляющихся с остановки i на остановку j, причем $\forall\ i,j \in V:\ \pi_{ij} > 0\ \exists\ p \in P:\ i,j \in p$. Пусть m_p – число автобусов, курсирующих по маршруту p. Считая $\sum_{p\in P} m_p = M$, и априорно предполагая, что $m_p \gg 1$, предложите эффективный алгоритм решения задачи распределения имеющегося автобусного парка из M автобусов по маршрутам так, чтобы математическое ожидание общего времени, потерянного всеми пассажирами в пути (ожидание автобуса на остановке + движение по маршруту) было бы минимальным.

Литература

1. *Зак Ю. А.* Прикладные задачи теории расписаний и маршрутизации перевозок. М.: Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2012.

Задача (минимальный процент водителей, предоставляющих информацию; В. Л. Швецов). Некоторый город (например, Манхэттен) имеет квадратную клеточную транспортную сеть с $n^2 = 20^2$ клетками. Считая, что независимо из каждой вершины (в утренние часы пик) с постоянной интенсивностью (пуассоновского процесса) $\lambda = 1000$ чел/час водители выезжают на работу на автомобилях, причем место работы с равной вероятностью находится в любой другой вершине. Маршрут также выбирается случайно и равновероятно из кратчайших (по числу ребер) маршрутов с одинаковым числом ребер. Время в пути по ребру e есть экспоненциальная случайная величина, с математическим ожиданием равным $\tau = \max\left\{ 5,\ 2\cdot 10^{-2}\cdot N_e \right\}$ мин, где N_e – число автомобилей на ребре e в данный момент времени. Какой процент автомобилистов должен сообщать информацию о своих скоростях на ребрах, чтобы в произвольный момент времени (здесь предполагается, что к этому моменту времени город уже довольно долго "жил" в описанном выше режиме) не менее чем по $\rho = 90\%$ ребер была текущая информация о загрузке (возможно избыточная, т.е. несколько значений по одному ребру) с вероятностью не менее $\gamma = 0.9$. Информация считается текущей, если она была получена менее $t = 30$ минут назад.

Задача (о критическом числе автомобилей для заданного города; В. А. Малышев). Пусть имеется город, с определенным графом транспортной сети, p_{ij} – обозначает вероятность произвольному автомобилю, циркулирующему по транспортному графу и оказавшемуся на ребре i, повернуть на ребро j. Считаем стохастическую матрицу $P = \left\| p_{ij} \right\|$ заданной. Поведение транспортного потока подчиняется модели TASEP типа (см. приложения М. Л. Бланка). Покажите (см. п. 4.3 приложения Замятина – Малышева), что при весьма общих условиях существует такое критическое число автомобилей (которые курсируют по транспортному графу) небольшое превышение которого ведет к резкому росту загруженности транспортной сети, к образованию пробок. Тем не менее, типичным также будет наличие определенной довольно большой доли ребер графа транспортной сети, загрузка которых практически не чувствительна к такому увеличению.

Замечание. В действительности, многие крупные города как раз находятся где-то на границе этого "фазового перехода". Причина проста и имеет в своей основе принцип неподвижной точки в форме теоремы Брауэра. Если рассматривать эволюцию города с точки зрения появления новых жителей, новых рабочих мест, строительства новых дорог, то можно условно считать, что новый водитель будет пользоваться автомобилем в городе, если "комфортность" такого пользования не ниже некоторого уровня. Поскольку, в малой окрестности критического значения происходит резкое падение этой комфортности, то у большинства новых потенциальных пользователей этой транспортной сети пропадает желание ими быть (и они выбирают себе альтернативы: "переходят" на общественный транспорт, выбирают соответствующим образом место работы и т.п.). Аналогично можно пойти и в обратную сторону.

Литература

1. *Neri I., Kern N., Parmeggiani A.* The totally asymmetric simple exclusion process on networks // e-print arXiv:1105.2905v2, 2011.
2. *Furtlehner C., Lasgouttes J.-M., Samsonov M.* One-dimensional Particle Processes with Acceleration/Braking Asymmetry // e-print, arXiv:1109.1761v1, 2011.

Задача (о слабо связанной архитектуре модели поведения водителя и агрегировании микроскопической модели; Я.С. Панасюк). Для компьютерных микроскопических систем моделирования транспортных потоков и задач, связанных с моделированием транспортных средств на микроскопическом уровне, чрезвычайно важной является модель поведения автомобиля на дороге или модель поведения водителя. Обычно требования к модели поведения водителя определяются в виде набора опорных моделей (модели следования за лидером, модели перестроения и т.п.) и набора общих правил поведения (различные запреты, приоритеты дорожных ситуаций и т.п.). Программная имплементация модели даже с небольшим количеством опорных моделей представляет непростую задачу: необходимо определить алгоритмы поведения водителя во всех возможных комбинациях дорожных ситуаций, а количество таких комбинаций находится примерно в экспоненциальной зависимости от числа опорных моделей и правил поведения. Помимо сложности создания самой модели, программную архитектуру модели поведения водителя зачастую можно характеризовать как тесно связанную («tightly coupled») или монолитную («weak cohesion») – опорные модели и имплементация правил поведения оказываются в сильной зависимости друг от друга. Внесение минорных изменений в поведение водителя отражается в изменении многих компонент модели, в худшем случае приходится пересматривать все зависимости и связи. Особенно остро проблема тесной связанности компонент модели поведения водителя наблюдается при создании больших комплексных систем микроскопического моделирования транспортных потоков, когда количество опорных моделей исчисляется десятками, а правила поведения почти совпадают с ПДД и могут меняться в зависимости от страны применения.

Предложите слабо связанную («loosely coupled») архитектуру (принцип построения) модели поведения водителя, которая бы обеспечивала гибкую настройку и простую расширяемость модели новыми опорными моделями и новыми правилами поведения. Постройте на основе предложенной архитектуры модель поведения водителя, реагирующего на многополосные дороги, сигналы светофоров и знаки ограничения скорости. В качестве основы для системы микроскопического моделирования можно использовать любую систему с открытым исходным кодом из [1].

Оцените, на основе построенной микромодели, насколько эффективней может быть движение, если имеет место синхронизация действий водителей в потоке (водители декларируют свои намерения ближайшим соседям не только с помощью сигналов фар и жестов)?

Как с помощью предложенной модели можно агрегировано описывать транспортную сеть? Агрегированное описание крайне важно в реальных приложениях, поскольку калибровать более грубую (агрегированную) модель намного проще и адекватнее (меньше переобучение).

Литература

1. SUMO, COS.SIM, EMME/3, MITSIM, PTV, Transims, Transnet, AURORA и др. http://sumo.sourceforge.net/, http://code.google.com/p/cos-sim/, http://web.mit.edu/its/dynamit.html, http://www.pdfqueen.com/manual-emme3, http://web.mit.edu/its/mitsimlab.html, http://www.ptv-vision.ru/, http://tmip.fhwa.dot.gov/resources/clearinghouse/browse/list/24, www.isa.ru/transnet, http://lihodeev.com/pubs.html, http://www.traffic-simulation.de/

2. *Horiguchi R., Kuwahara M.* The art of utilization of traffic simulation models: How do we make them be reliable tools? Lecture Notes in Computer Science, 2010. Volume 6279. Knowledge-Based and Intelligent Information and Engineering Systems. P. 308–317. http://www.transport.iis.u-tokyo.ac.jp/publications/2002-034.pdf
3. *Hanabusa H. et al.* Construction of a data set for validation of traffic simulations // Journal of Japan Society of Civil Engineers. 2001. №. 688/IV-53. P. 115–123.
4. Эталонные наборы данных для проведения процедур валидации систем моделирования транспортных потоков: http://www.jste.or.jp/sim/bmdata/index.html
5. Fundamentals of Traffic Simulation. Barceló Jaume (Ed.) Springer, International Series in Operations Research & Management Science, V. 145. 2010.
6. *Lee H. K., Kim B. J.* Dissolution of traffic jam via additional local interactions // e-print arXiv:1109.2191v1, 2011.

В следующей задаче и везде в дальнейшем, если не оговорено противного, МКАД рассматривается без въездов и съездов.

Задача (транспортный поток как многокомпонентная жидкость; А. С. Холодов). На основе какой-нибудь модели многополосного транспортного потока на МКАД исследуйте зависимость уравнения состояния $V(\rho)$ от параметров микромодели (например, времени реакции водителя, желаемой скорости или характеристик тормозной системы). Как влияет многокомпонентность транспортного потока – сосуществование различных типов водителей (обычно выделяется несколько компонент (от 3-ех до 12-и), типа "тракторы–грузовики", "обычные водители", "мигалки–лихачи") на уравнение состояния?

Литература

1. *Холодов Я. А., Холодов А. С., Гасников А. В., Морозов И. И., Тарасов В. Н.* Моделирование транспортных потоков – актуальные проблемы и пути их решения // Труды МФТИ (специальный выпуск, посвященный математическому моделированию транспортных потоков / под ред. акад. В. В. Козлова). 2010. Т. 2. № 4(8). С. 152–162. http://mipt.ru/nauka/trudy/N+4+%288%29/Pages_152-162_from_Trud-8-16-arpgtk4l2mp.pdf

Задача (как правильно себя вести в пробке; Д. И. Петрашко). На основе какой-нибудь многополосной микроскопической модели транспортных потоков на МКАД исследуйте (в зависимости от числа автомобилей, циркулирующих по МКАД) влияние поведения водителей (например, от того, насколько близко автомобиль в практически стоячей пробке подъезжает к впереди идущему автомобилю или от времени реакции) на скорость рассасывания локального затора и на среднюю установившуюся скорость движения автомобилей по МКАД. Верно ли, что "фазовый переход" (резкое снижение скорости при прохождении плотностью критического значения) становится тем более выраженным, чем более длинная кольцевая дорога рассматривается?

Литература

1. *Богданов К. Ю.* Прогулки с физикой. Библиотечка «Квант» В. 98. М.: Бюро Квантум, 2006 (глава 18). http://kvant.info/k/bibl_98/181-192.pdf

Задача (о возможном “вреде” локального расширения дороги и влиянии съезда на пропускную способность дороги; Б. Н. Четверушкин и др.). а) На основе какой-нибудь многополосной микроскопической модели транспортных потоков исследуйте на “двухполосном МКАД” эффект наличия третьей полосы на протяжении r % пути, в зависимости от r и от величины загруженности МКАД (например, от числа автомобилей, циркулирующих по МКАД). С помощью гидродинамических аналогий постарайтесь пояснить наличие (и исследовать характеристики) возникающей при определенных режимах синхронизированной фазы (см. главу 3), “зацепившейся” за место сужения трех полос до двух.

б) На основе какой-нибудь многополосной микроскопической модели транспортных потоков исследуйте (в зависимости от загрузки дороги) снижения пропускной способности дороги из-за наличия на ней съезда в окрестности этого съезда.

Ключевым местом в этих задачах является способ описания перестроения автомобилей. Например, в п. а) особенно важно описание перестроения автомобилей в месте сужения трех полос в две.

Литература

1. *Сухинова А. Б., Трапезникова М. А., Четверушкин Б. Н., Чубарова Н. Г.* Двумерная макроскопическая модель транспортных потоков // Матем. мод. 2009. Т. 21. № 2. С. 118–126. http://www.mathnet.ru/links/c3157afce8d7545c8864a28c55d3210e/mm2741.pdf

Задача (о “лежачем полицейском”; Н. Н. Смирнов и др.). Руководство некоторого города решило разместить на двухполосной дороге рядом со школой два “лежачих полицейских” (с точки зрения безопасности пешеходов, автомобили не должны суметь набрать скорость в промежутке между лежачими полицейскими большую, чем 30 км/час). Считайте, что лежачий полицейский рекомендуется проходить автомобилям на скорости, не превышающей 10 км/час.

а) Используя какую-нибудь модель транспортного потока, предложите на какое расстояние “оптимально” разнести лежачие полицейские (по постановке задачи это расстояние может быть от 10 м до 200 м).

б) Чтобы в результате строительства не снижать пропускную способность рассматриваемого участка дороги было решено увеличить на нем число полос. На какое минимальное число полос необходимо увеличить уже имеющееся число полос, чтобы наличие лежачих полицейских никак в худшую сторону не сказывалось на пропускной способности.

Литература

1. *Киселев А. Б., Кокорева А. В., Никитин В. Ф., Смирнов Н. Н.* Математическое моделирование движения автотранспортных потоков методами механики сплошной среды. Исследование влияния искусственных дорожных неровностей на пропускную способность участка дороги // Современные проблемы математики и механики. Том I. Прикладные исследования / Под редакцией В. В. Александрова и В. Б. Кудрявцева. М.: Изд-во МГУ, 2009. С. 311–322.

Задача (об оптимально режиме работы светофора; М. В. Обидин и Т. С. Обидина). Пусть имеется регулируемый (светофором) перекресток, в котором пересекаются две двусторонние (по три полосы в каждую сторону) дороги. Известны входящие в перекресток потоки вдалеке от светофора, выходящие с перекрестка потоки ничем не ограничены. Светофор может работать в разных фазах (по очередности их включая). Можно менять как саму схему фаз, так и длительности фаз при уже выбранной схеме. Постройте на основе какой-нибудь микроскопической модели транспортных потоков "оптимальный" режим работы светофора, в зависимости от входящих потоков. Под оптимальностью имеется в виду минимизация суммарного времени всех водителей, потраченного на преодоление перекрестка, за достаточно большой промежуток времени. Важным местом в задаче является способ описания перестроения автомобилей (особенно, непосредственно перед перекрестком). С помощью гидродинамических аналогий постарайтесь пояснить наличие при весьма общих условиях синхронизированных фаз (см. главу 3), "зацепившихся" за перекресток.

Литература

1. *Смирнов Н. Н. Кисилев А. Б., Никитин В. Ф., Кокорева А. В.* Математическое моделирование движения автотранспортных потоков методами механики сплошной среды. Двухполосный транспортный поток: модель Т-образного перекрестка, исследование влияния перестроений транспортных средств на пропускную способность участка магистрали // Труды МФТИ (специальный выпуск, посвященный математическому моделированию транспортных потоков / под ред. акад. В. В. Козлова). 2010. Т. 2. № 4(8). С. 141–151.
http://mipt.ru/nauka/trudy/N+4+%288%29/Pages_141-151_from_Trud-8-15-arpgtk4l2h2.pdf
2. *Трапезникова М. А., Фурманова И. Р., Чурбанова Н. Г., Липпэ Р.* Моделирование многополосного автотранспорта на основе клеточных автоматов // Матем. мод. 2012. (в печати)

Задача (об управлении системой светофоров в небольшом городе; К. К. Глухарев, А. М. Валуев и др.). В некотором небольшом провинциальном городе транспортная сеть имеет вид, изображенный на рис. 1. Звездочками обозначены регулируемые (светофорами) перекрестки. Все дороги двусторонние трехполосные в каждую сторону, имеющие одинаковую длину $L = 3$ км участка между соседними светофорами. Входящие потоки $q = 5000$ авт/час известны и также одинаковы. Каждый автомобиль (желаемая скорость движения $V = 90$ км/час, время реакции водителя $\tau = 0.5$ сек), входящий в систему с равной вероятностью выбирает своей конечной целью любую из оставшихся 15 точек входа/выхода. При этом свой маршрут он равновероятно выбирает среди наикратчайших (длина маршрута рассчитывается водителем исходя только из числа ребер в маршруте, т.е. загрузки ребер не учитываются). Предложите “оптимальный” (в смысле предыдущей задачи) способ управления такой системой светофоров.

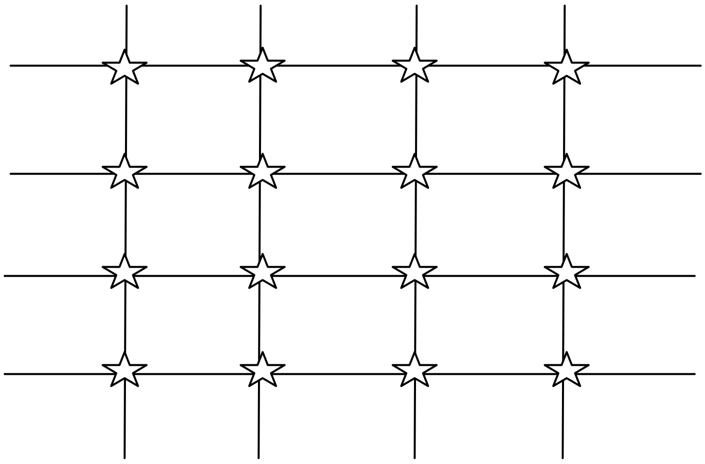


Рис. 1

Литература

1. http://lihodeev.com/pubs.html
2. *Глухарев К. К., Валуев А. М., Калинин И. Н., Улюков Н. М.* О моделировании автомобильных потоков на магистральной сети // Труды МФТИ, 2012. (в печати)

Задача (о краткосрочном прогнозировании; М. А. Хохлов, Б. Н. Карпов). В Москве имеются данные о траекториях большого числа автомобилей. Данные поступают в следующем виде: координата автомобиля (с точностью до нескольких метров), время. Каждый оснащенный автомобиль посылает такие данные с небольшим периодом (несколько десятков секунд). Данные довольно полные, т.е. если рассматривать основные магистрали, то в любой момент времени по большинству из них обязательно кто-нибудь едет и сообщает свои координаты. Требуется построить прогноз значений скоростей автомобилей на определенных ребрах на час вперед. Например, “внедрив” физические представления о поведении транспортного потока в регрессионные подходы к получению прогноза и(или) подходы типа метода ближайших соседей, основанные на простом принципе: “ищем в истории наиболее близкую ситуацию и говорим, что сейчас будет так, как было тогда”. Предложите, как можно “внедрять эти физические представления”.

Указание. В качестве примера наглядного отображения данных приведем рис. 2 (по оси абсцисс расстояние, по оси ординат время). Отдадим предпочтение СТМ-модели (п. 2.2.4 главы 2) в описании свободного движения (скорость свободного движения на заданном участке легко определяется по исторической информации) и широкодвижущихся кластеров (п. 2.4 главы 2 и глава 3). По исторической информации эволюцию широкодвижущихся кластеров можно неплохо научиться прогнозировать. Для завязки (в корреляционном подходе это будет особенно важно) характеристик возникающих синхронизированных фаз, на скорости, наблюдающиеся на соседних сегментах, потребуется рассмотрение различных типовых ситуаций и их детальный просчет на микроуровне, с последующим агрегированием на нужный нам уровень детализации.

Литература

1. *Червоненкис А.Я.* Компьютерный анализ данных. М.: Яндекс, 2009.

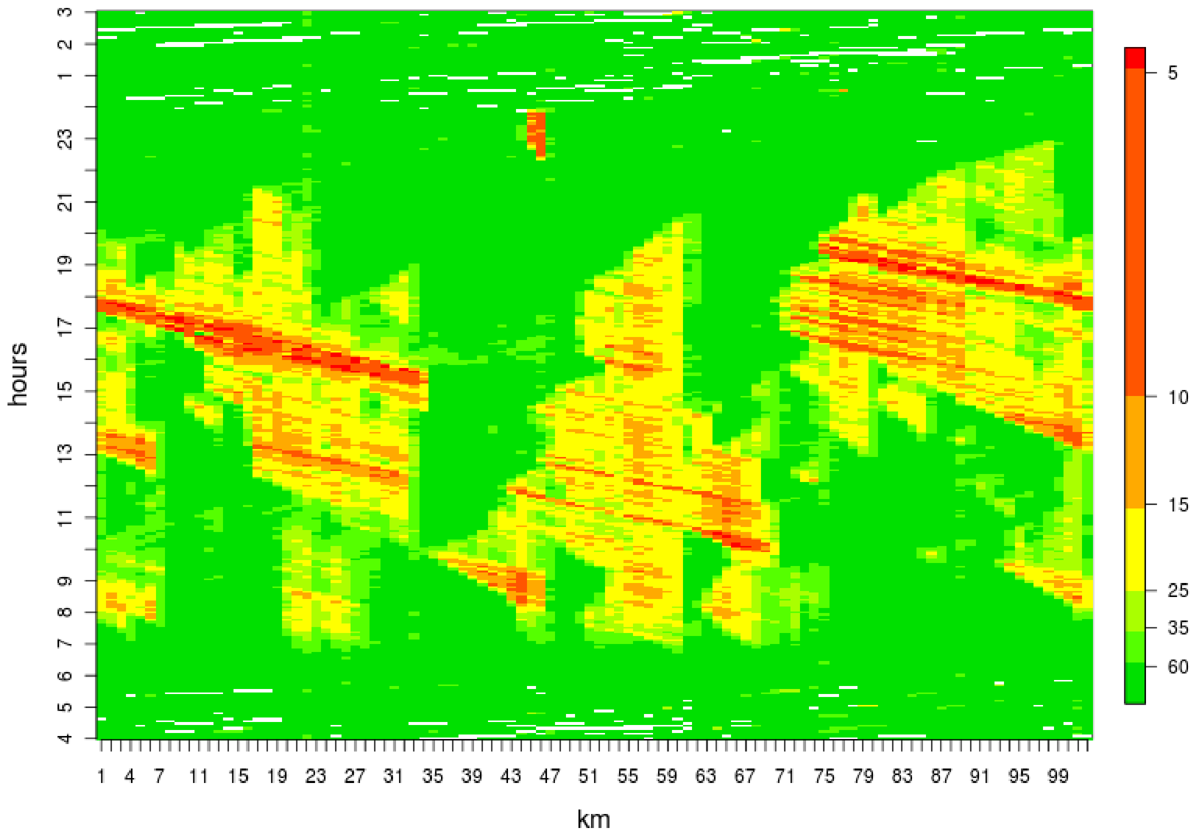
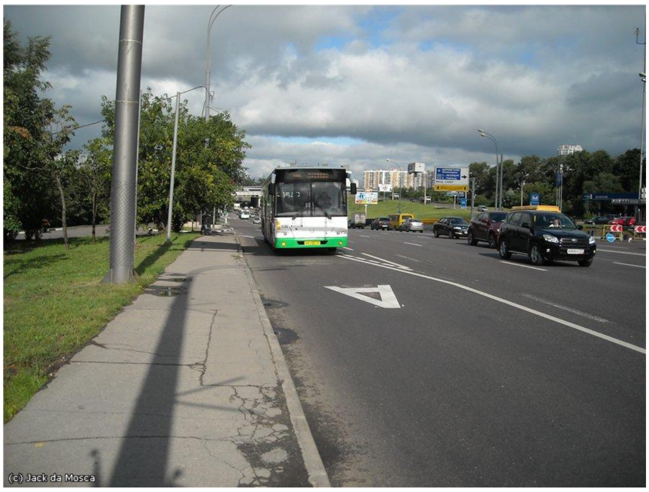


Рис. 2. Один день МКАД (будней день, весна 2011)

Задача (о выделенных полосах и расщеплении потоков; М. Я. Блинкин, Н. С. Чепанов). а) По МКАД циркулируют личные автомобили и общественный транспорт. Личные автомобили появляются в Δx-окрестности произвольной точки МКАД x согласно пуассоновскому процессу с интенсивностью $\lambda_{Car}\Delta x$, причем это независимо происходит во всех точках МКАД. Далее, появившейся автомобиль проезжает путь, длина которого есть независимая (ни от чего) случайная величина, равномерно распределенная от нуля до половины длины МКАД. Общественный же транспорт, не останавливаясь, ездит по кругу, собирая пассажиров, появляющихся в случайных точках на МКАД с интенсивностью/[единицу длины] λ_{Bus}, и проезжающих путь, длина которого также есть независимая случайная величина, равномерно распределенная от нуля до половины длины МКАД. Считайте, что средняя скорость движения по МКАД $V = 30$ км/час (значение потока $Q = 8000$ авт/час), средняя доля общественного транспорта составляет $\eta = 5\%$, желаемая скорость общественного транспорта (по выделенной полосе) $V_{Bus} = 60$ км/час, типичный автомобиль перевозит в среднем 2-ух пассажиров, а типичный автобус перевозит в среднем 50 пассажиров. Стоит ли из 5 полос (в одну сторону) МКАД выделить одну полосу для общественного транспорта, если критерием является суммарное среднее время в пути всех пользователей МКАД за достаточно большой промежуток времени? Считайте, что если выделенная полоса будет введена, то это снизит среднюю скорость движения автомобилей по оставшимся 4-ем полосам до $V = 20$ км/час.

Заметим, что в этом пункте не учитывается, что открытие выделенной полосы может привести к переходу части водителей с личного транспорта на общественный.



б) (метаигровой синтез) Считаем, что на МКАД постоянно в течение месяца (30 дней, 24 часа в день) приходят пользователи (каждый из которых имеет собственный автомобиль, но не обязательно им пользующийся) согласно условиям п. а), с известными интенсивностями. На МКАД сделали выделенную полосу для общественного транспорта. Пусть M – максимально возможное число автобусов, которые потенциально можно вовлечь в перевозку пассажиров по МКАД по выделенной полосе, при этом скорость перевозки V_{Bus} не зависит от m – реального числа автобусов на МКАД (вместимость автобусов известна и равна K). Зависимость $V(Q)$ для одной "агрегированной" полосы МКАД считайте известной. Считайте, что каждый пользователь МКАД выбором типа транспортного средства $s = \{Bus, Car\}$ старается уменьшить затраты на поездку, которые рассчитываются по формуле:

$$F(s) = \begin{cases} \omega T_{Bus} + \zeta + D, & s = Bus \\ \omega T_{Car} + \xi T_{Car}, & s = Car \end{cases},$$

где T_s – время в пути, ω – цена единицы времени в пути, ζ – плата за проезд на общественном транспорте, D – цена дискомфорта, связанного с использованием общественного транспорта и отказа от возможности пользоваться собственным автомобилем, ξ – дополнительный налог на топливо.

Целью является оптимально подобрать "правила игры":

$$\omega h(m, \zeta, \xi) + \psi m \to \min_{\substack{0 \le m \le M \\ \zeta, \xi \ge 0}}, \qquad (*)$$

где $h(m, \zeta, \xi)$ – среднее время в пути всех пользователей за месяц, ψ – затраты в месяц на содержание одного автобуса. Можно показать, что ζ и ξ определяются не единственным образом, поэтому дополнительно нужно решите задачу:

$$\min_{s = \{Bus, Car\}} F(s; \zeta, \xi) \to \min_{\substack{h(m,\zeta,\xi) = h(m^*, \zeta^*, \xi^*) \\ \zeta, \xi \ge 0}},$$

где (m^*, ζ^*, ξ^*) – какое-то решение (*). Заметим, что при естественных условиях в равновесии (т.е. при (m, ζ, ξ): $h(m, \zeta, \xi) = h(m^*, \zeta^*, \xi^*)$) выполняется соотношение:

$$F(Bus; \zeta, \xi) = F(Car; \zeta, \xi).$$

Литература

1. *Бурков В. Н.* Основы математической теории активных систем. М.: Наука, 1977.
2. *Гудвин Ф.* Решение проблемы пробок // e-print http://www.polit.ru/article/2009/03/24/probki/, 2009.
3. *Вучек В. Р.* Транспорт в городах, удобных для жизни. М.: Территория будущего, 2011.

Задача (платные дороги и метаигровой синтез; Ю. В. Дорн). В контексте первой главы пособия на действия участников дорожного движения можно смотреть с точки зрения теории игр, считая каждого водителя игроком, стремящимся максимизировать свой выигрыш. Стратегией каждого из игроков является выбор того или иного доступного маршрута (пути), а выигрыш определяется как издержки на пути со знаком «минус».

Введем нового игрока, которого назовем Центр. Вектор $\vec{\tau}^c = \left(\tau_1^c, \ldots, \tau_{|E|}^c\right)$, i-я компонента которого обозначает плату (штраф), взимаемую с водителя за проезд по ребру i, $i \in E$, является стратегией Центра. Допустимое множество стратегий для игрока Центр:

$$\mathrm{T} = \left\{\vec{\tau}^c = \left(\tau_1^c, \ldots, \tau_{|E|}^c\right):\ \vec{\tau}^c \geq \vec{0}\right\},$$

После того, как игрок Центр выбирает ту или иную допустимую стратегию $\vec{\tau}^c$, издержки на маршрутах, вообще говоря, возрастают $G_p(\vec{x}) = \sum_{e \in E} \delta_{ep} \cdot \left(\tau_e\left(y_e(\vec{x})\right) + \tau_e^c\right)$, что приводит к перераспределению потоков по маршрутам (изменению рядом игроков–водителей своих стратегий). Это перераспределение потоков происходит до тех пор, пока не будет достигнуто новое равновесное распределение, которое мы обозначим через $\vec{x}^*\left(\vec{\tau}^c\right)$, и которое, в общем случае, зависит от вектора штрафов $\vec{\tau}^c$. Равновесное распределение потоков по ребрам при выборе игроком Центр стратегии $\vec{\tau}^c$ будем обозначать $\vec{y}^*\left(\tau^c\right) = \Theta \vec{x}^*\left(\tau^c\right)$. Будем считать, что выигрыш игрока Центр при использовании стратегии $\vec{\tau}^c$ есть суммарный выигрыш всех игроков–водителей при равновесном распределении потоков по ребрам $\vec{y}^*\left(\vec{\tau}^c\right)$:

$$L\left(\vec{\tau}^c\right) = -\left\langle \vec{y}^*\left(\vec{\tau}^c\right),\ \vec{\tau}\left(\vec{y}^*\left(\vec{\tau}^c\right)\right) + \vec{\tau}^c \right\rangle, \text{ где } \langle \cdot, \cdot \rangle \text{ скалярное произведение.}$$

Целью игрока Центр является максимизация своего выигрыша $\max\limits_{\vec{\tau}^c \in \mathrm{T}} L\left(\vec{\tau}^c\right)$. Оказывается, иногда введение штрафов приводит к лучшему, с точки зрения общественного блага (игрока Центр), распределению потоков по маршрутам.

а) Найдите вектор штрафов $\vec{\tau}^c$, оптимальный с точки зрения игрока Центр для парадокса Брайеса.

б) Пусть $\vec{\tau}^c$ – оптимальная (нетривиальная) стратегия игрока Центр, применив которую ему удалось собрать $\tilde{L} = \left\langle \vec{y}^*\left(\vec{\tau}^c\right),\ \vec{\tau}^c \right\rangle$ средств. При этом суммарные издержки водителей после введения штрафов снизились: $L\left(\vec{\tau}^c\right) > L\left(\vec{0}\right)$. Докажите, что

$$\left\langle \vec{y}^*\left(\vec{\tau}^c\right),\ \vec{\tau}\left(\vec{y}^*\left(\vec{\tau}^c\right)\right)\right\rangle < \left\langle \vec{y}^*\left(\vec{\tau}^c\right),\ \vec{\tau}\left(\vec{y}^*\left(\vec{0}\right)\right)\right\rangle,$$

$$\tilde{L} < \left\langle \vec{y}^*\left(\vec{\tau}^c\right),\ \vec{\tau}\left(\vec{y}^*\left(\vec{0}\right)\right) - \vec{\tau}\left(\vec{y}^*\left(\vec{\tau}^c\right)\right)\right\rangle.$$

Во сколь раз могут отличаться $L\left(\vec{\tau}^c\right)$ и $L\left(\vec{0}\right)$?

в) Расширьте множество допустимых стратегий для игрока Центр за счет субсидий при условии, что собственных ресурсов (за счет которых он может субсидировать игроков–водителей) у него нет. Исследуйте вопрос о том, всегда ли существует нетривиальное решение $\vec{\tau}^c$, если:

$$\mathrm{T} = \left\{ \vec{\tau}^c = \left(\tau_1^c, ..., \tau_{|E|}^c \right) : \left\langle \vec{\tau}^c,\ \vec{y}^* \left(\vec{\tau}^c \right) \right\rangle \geq 0 \right\},$$

$$\forall\ e \in E \to \tau_e' \left(\vec{y}^* \left(\vec{0} \right) \right) \geq l > 0,$$

$$\exists\ \vec{x} \in X : \ \vec{x} \neq \vec{x}^* = \vec{x}^* \left(\vec{0} \right) : \ \left\langle \vec{x},\ \vec{G}\left(\vec{x} \right) \right\rangle < \left\langle \vec{x}^*,\ \vec{G}\left(\vec{x}^* \right) \right\rangle.$$

г) (определение не эффективных ребер) Пусть $L = \left\langle \vec{x}^*, \vec{G}\left(\vec{x}^* \right) \right\rangle$. Предположим, что существует множество ребер $K \subseteq E$ ($K \neq \varnothing$), такое, что суммарные издержки водителей $M_K = \left\langle \vec{x}^{\otimes}, \vec{G}\left(\vec{x}^{\otimes} \right) \right\rangle$ при равновесном распределении $\vec{x}^{\otimes}$ для графа $\Gamma\left(V, E \setminus K \right)$ ниже, чем до удаления ребер из K. Т.е. $M_K < L$. Более того, для любого подмножества ребер $J \subseteq E$ выполняется $M_K \leq M_J$, где M_J - суммарные издержки водителей при равновесном распределении потоков для графа $\Gamma\left(V, E \setminus J \right)$. Множество источников и стоков и матрица корреспонденций для графов $\Gamma\left(V, E \setminus K \right)$ и $\Gamma\left(V, E \setminus J \right)$ такие же, как и до удаления ребер, входящих в K и J соответственно. Верно ли, что

$$\forall\ I \subseteq K, I \neq \varnothing \to M_I < L,$$

$\forall\ I \subseteq R \subseteq K \to M_K \leq M_R \leq M_I \leq L$, причем хотя бы одно из неравенств - строгое.

Здесь мы не уточняем, о какой модели равновесного распределения потоков идет речь (Бэкмана (как это было в п. а) – г)) или Нестерова–де Пальмы: обе модели изложены в главе 1). В задаче нужно рассмотреть оба варианта.

Задача (о построении композиции алгоритмов для краткосрочного прогнозирования; Ю. В. Чехович, Н. П. Ивкин). Рассматривается задача краткосрочного (с горизонтом от 20 до 120 минут) прогнозирования скоростей движения автомобилей по дорожной сети города Москвы. Исходные данные поступают в виде треков движения от автомобилей, оборудованных специальными устройствами. Устройства передают координаты автомобиля в привязке к моментам времени. Координаты определяются с некоторой ошибкой. Обычно ошибка определения координат находится в диапазоне от 10 до 50 метров. Устройствами оборудована небольшая часть всех автомобилей, поэтому более-менее точная и актуальная информация существует только о магистральных улицах города – примерно 20% всех ребер графа дорожной сети. Программы предобработки преобразуют получаемые треки автомобилей в средние скорости движения на ребрах графа. Усреднение осуществляется в пределах коротких (1, 2, 4 минуты) временных интервалов.

Для прогнозирования скорости движения на ребре графа (или среднего времени проезда этого ребра) используются несколько (от 10 до 20) относительно простых базовых алгоритмов, использующих исторические данные по этому ребру. При поступлении данных по каждому следующему интервалу времени каждый базовый алгоритм дает прогноз несколько интервалов времени вперед (так, чтобы обеспечивать прогнозирование на требуемый горизонт). В дополнение к историческим данным накоплены значения прогнозов, которые были рассчитаны каждым базовым алгоритмом в каждый момент времени для каждого интервала времени в пределах горизонта прогнозирования. Также рассчитаны ошибки каждого прогноза по отношению к фактическим значениям.

Таким образом, входные данные можно представить в виде пространства <ребро графа, момент расчета прогноза, интервал прогнозирования>. Для каждой точки в этом пространстве известны фактическое значение скорости и ошибки каждого алгоритма. Объем таких данных для одной недели наблюдений при усреднении скоростей, например, на двухминутных интервалах составляет 20 000 (значимых ребер графа) * 5040 (двухминутных интервалов в неделе) * 60 (интервалов прогнозирования) * 15 (значений ошибок алгоритмов) т.е., приблизительно, 360 Гб.

Необходимо предложить алгоритм, который бы позволил надежно выделить в данных «области компетентности» базовых алгоритмов и построить композицию из базовых алгоритмов, ошибка которого на исследуемой неделе должна быть меньше, чем ошибка любого базового алгоритма. Композиция может не покрывать все описанные данные, а относится только к их значимой части. Контрольная проверка полученной композиции осуществляется на данных следующей недели. Задача считается успешно решенной, если контроль подтверждает результаты обучения.

Альтернативной задачей является оценка качества имеющихся данных с точки зрения принципиальной возможности построения указанной композиции.

Задача (получение статистических характеристик транспортных потоков по данным видеозаписей; Ю. В. Чехович). Треки автомобилей, оборудованных специальными устройствами, позволяют хорошо оценивать скорости движения на различных участках транспортной сети, но при этом практически не дают возможности оценить плотность транспортных потоков. Одним из источников данных такого рода могут стать видеокамеры, которые доступны, например в сервисе Яндекс.Пробки (http://maps.yandex.ru/) или в сервисе Пробки из окна (http://www.probkiizokna.ru/).

Рис. 3. Изображения из сервиса Яндекс.Пробки

Рис. 4. Изображения из сервиса Пробки из окна

Необходимо разработать средство обработки видеоданных, позволяющее оценивать количества транспортных средств, проезжающих в единицу времени в поле зрения камеры. Средство должно позволять (1) обособленно обрабатывать несколько проезжих частей, находящихся в поле зрения; (2) стабильно работать в условиях плохой видимости, нестабильного канала передачи видеопотока, низкой скорости транспортного потока (пробки); (3) иметь возможность обособленной обработки нескольких полос в рамках каждой проезжей части.

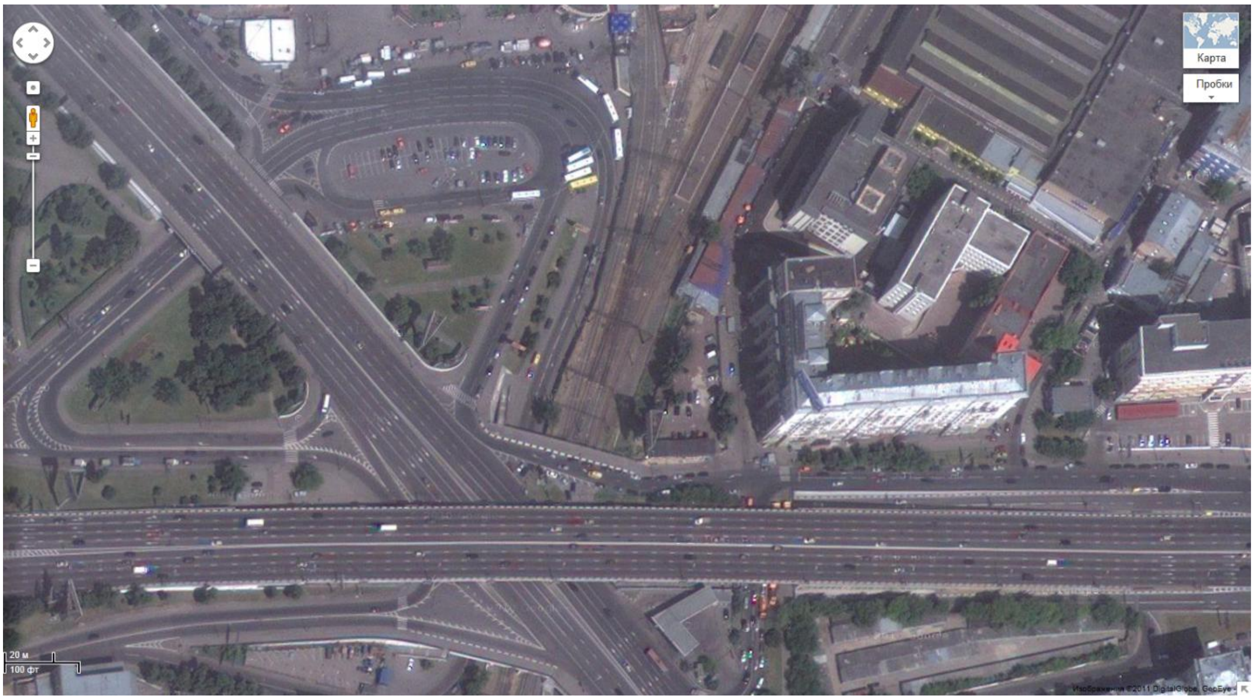


Рис. 5. Спутниковое изображений улиц Москвы сервиса Карты Google. Небольшое количество автомобилей.

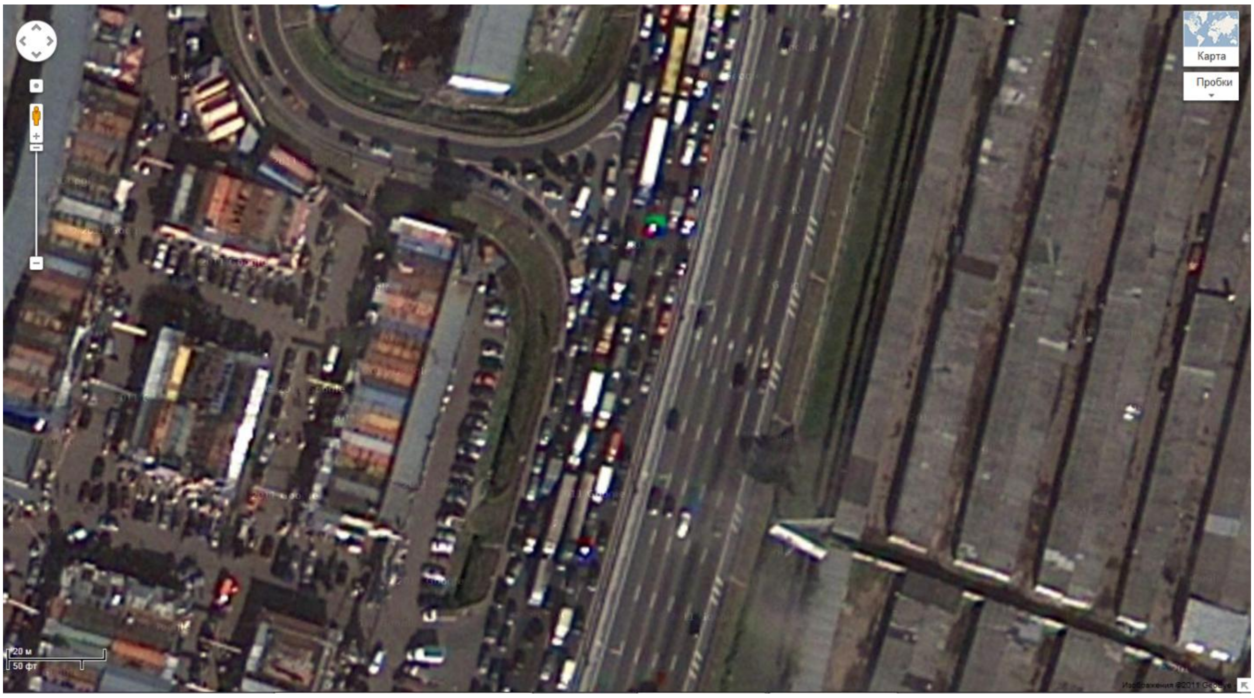


Рис. 6. Спутниковое изображений улиц Москвы сервиса Карты Google. Пробка и свободная проезжая часть

Задача (расчет количества полос движения в транспортной сети мегаполиса на основе спутниковых изображений; Ю. В. Чехович). При работе с графом дорожной сети возникает необходимость оценки предельной пропускной способности участков дорожной сети. Учитывая, что официальные данные о ширине проезжих частей и количестве полос на улицах города Москвы часто труднодоступны, предлагается разработать средство определения полосности улиц города Москвы на основе изображений спутниковой съемки, используемых в общедоступных сервисах, таких как Карты Google (http://maps.google.ru/) или Яндекс.Карты (http://maps.yandex.ru/). Средство должно выделять полосы, как в условиях небольшого количества транспортных средств на изображении, так и в условиях высокой плотности автомобилей. Желательно оценивать также долю проезжей части, занятую припаркованными автомобилями.

Литература к разделу

1. Multi-agent systems for traffic and transportation engineering. Ana L. C. Bazzan and Franziska Klugl (Ed.). Information science reference. New York: Hershey, 2009.
2. *Cascetta E.* Transportation systems analysis. Models and applications. Springer, 2009. Optimization and application. V. 29.
3. Vehicular networks: from theory to practice. Stephan Olariu and Michele C. Weigle (Ed.). Chapman & Hall/CRC computer & information science series. V. 20. 2009.
4. *Braker J. G.* Algorithms and applications in timed discrete event systems. PhD Thesis, 1993.
5. *Patriksson M.* The traffic assignment problem. Models and methods. Utrecht Netherlands: VSP, 1994.
6. Transport planning and traffic engineering. Coleman A. O’Flaherty (Ed.). Elsevier, 2006.
7. *Garber N. J., Hoel L. A.* Traffic & highway engineering. Virginia: Nelson Engineering, 2010.
8. *Mannering F. L., Washburn S. S., Kilareski W. P.* Principles of highway engineering and traffic analysis. John Wiley and Sons Ltd., 2008.
9. *Daganzo C. F.* Fundamentals of Transportation and Traffic Operations. Pergamon-Elsevier, Oxford, U.K., 1997.